

ОСНОВИ ІНФОРМАТИКИ ТА ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ

ЗБІРНИК ЗАДАЧ З ІНФОРМАТИКИ

Задачі для підготовки учнів до олімпіади.
Для факультативних занять.

Навчально – методичний комплекс.

●● - Всі задачі цього збірника мають розв'язок на Бейсику та
Паскалі

Розробили вчителі інформатики
Таращанської гімназії “ЕРУДИТ”

В.В. Іценко

В.О.Іценко

м.Тараща
2000 р.

Олімпіада 80.

1.1. Прості до М.

Надрукувати всі прості числа, які не перевершують задане число М.

1.2. Перестановки М.;

Заданий масив А[1:М] попарно різних чисел. Надрукувати всі перестановки цих чисел.

1.3. Швидка степінь.

Ввести число А та натуральне k. Вирахувати і надрукувати A^k з виконанням слідуєчих умов: операцією піднесення до степеня користуватись не можна; k може виявитись настільки великим, що недопустимо виконувати k множень.

1.4. Арифметичні дії.

В написаному виразі $((((1?2)?3)?4)?5)?6$ замість кожного знака ? вставити знак однієї з чотирьох арифметичних дій: +, -, *, / так щоб результат обчислень виявився рівним 35 (при діленні дробова частина в частці відкидається). Досить знайти одне рішення.

2.1. Пошук рівних.

Дано масив А[1:2, 1:15]. Відомо, що серед його елементів два і тільки два рівні між собою. Надрукувати їх індекси.

2.2. Сума квадратів.

Чи можливо задане натуральне число М представити у вигляді суми двох квадратів натуральних чисел. Написати програму розв'язку цієї задачі.

2.3. Різні числа.

Задано числовий масив А[1:М]. Підрахувати і надрукувати, скільки різних чисел в цьому масиві. Наприклад, в масиві 5, 7, 5 різних чисел два (5 і 7).

3.1. Задана сума цифр.

Скласти програму виводу всіх тризначних десяткових чисел, сума цифр яких рівна заданому натуральному числу.

3.2. М+1 в двійковому записі.

Ціле невід'ємне число М задано масивом своїх двійкових цифр $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}$:

$$M = a_{n-1} \cdot 2^{n-1} + a_{n-2} \cdot 2^{n-2} + \dots + a_1 \cdot 2 + a_0$$

де a_i дорівнює 0 або 1 ($i=0,1,\dots,n-1$). Надрукувати масив двійкових цифр числа М+1.

3.3. Максимум мінімумів.

В масиві Х[1:m, 1:n] всі числа різні. В кожному рядку знаходиться мінімальний елемент, потім серед цих чисел вибирається максимальне. Надрукувати номер рядка масиву Х, в якому знаходиться це число.

3.4. Перестановка 0,1,2.

В масиві Х[1:n] кожен елемент рівний 0, 1, або 2. Переставити елементи масиву так, щоб спочатку розміщувались всі нулі, потім всі одиниці і, на кінець, всі двійки (додаткового масиву не заводити).

Олімпіада 81.

1. Функція.

Функція $f(n)$ для цілих невід'ємних чисел n визначена так:

$$f(0)=0, f(1)=1, f(2n)=f(n), f(2n+1)=f(n)+f(n+1).$$

Для даного N знайти і надрукувати $f(N)$.

Обов'язкова умова: N настільки велике, що недопустимо заводити масив з N чисел (так як і масив, довжина якого росте з ростом числа N).

2. Пара четвірок.

Знайти мінімальне число, яке представляється сумою чотирьох квадратів натуральних чисел не єдиним чином.

3. Спіраль.

Ввести число n та заповнити двовимірний масив розміром $n \times n$ числами від 1, 2, ..., n^2 по спіралі.

4. Числа з різних цифр.

Надрукувати всі чотиризначні натуральні числа, в десятковому запису яких не має однакових цифр.

5. Серія нулів.

Задано числовий масив $A[1:n]$. Знайти довжину самої довгої послідовності елементів масиву, що йдуть поряд, рівних нулю.

Олімпіада 82.

1. Прямокутники.

На квадратному в клітинку листку паперу 100×100 клітинок намальовано кілька прямокутників. Кожний прямокутник складається з цілого числа клітинок, різні прямокутники не накладаються один на одний і не дотуляються.

Задано масив розміром 100×100 , в якому елемент $A[i,j]=1$, якщо клітина $[i,j]$ належить якому-небудь прямокутнику, і $A[i,j]=0$ в іншому випадку.

Написати програму, яка підрахує і надрукує число прямокутників.

2. Впорядковані дробі.

Надрукувати в порядку зростання всі прості нескорочувані дробі, які знаходяться між 0 та 1, знаменники яких не більше 7.

3. Сума по підмножині.

Дано масив цілих чисел. $A[1:n]$ та число M . Знайти таку множину елементів, $A[i_1], A[i_2], \dots, A[i_k]$ ($1 \leq i_1 < \dots < i_k \leq n$), що

$$A[i_1] + A[i_2] + \dots + A[i_k] = M.$$

Передбачається, що така множина існує.

4. Нулі в кінець.

Дано одновимірний масив. Всі його елементи, які не дорівнюють нулю, переписати (зберігаючи їх порядок) в початок масиву, а нульові елементи в кінець масиву (новий масив не заводити).

5. Сідлова точка.

Задано числовий масив $A[1:m, 1:n]$. Деякий елемент цього масиву назовемо сідловою точкою, якщо він є одночасно найменшим в своєму рядку і найбільшим в своїм стовпчику. Надрукувати номери рядка й стовпчика якої-небудь сідлової точки і надрукувати число 0, якщо такої точки не має.

6. Вхідження слова в текст.

Дано два цілочисельних масиви $X[1:n]$ та $Y[1:k]$. Чи можна в першому з них вибрати такі k елементи, що йдуть поряд $X[i+1], X[i+2], \dots, X[i+k]$, щоб $X[i+1]=Y[1], X[i+2]=Y[2], \dots, X[i+k]=Y[k]$? Написати програму, яка розв'язує цю задачу і друкує відповідь ТАК чи НІ.

Олімпіада 83.

1. Біт-реверс.

Ціле додатне число m записується в двійковій системі числення і розряди (в цьому записі) переставляються в зворотному порядку.

Число, що одержалось, приймається за значення функції. Надрукувати $B(m)$ для $m=512, 513, 514, \dots, 1023$.

Ось, для розуміння, початок цього роздрукування: 1, 513, 257, ...

2. Трикутник і точка.

Задані прямокутні координати $x_1, y_1; x_2, y_2; x_3, y_3$ вершин трикутника і координати x, y точки. Визначити і надрукувати, чи знаходиться точка в трикутнику. Похибками обрахунків знехтувати.

3. Лабіринт.

Чи може людина вийти з лабіринту? Якщо може, то надрукувати шлях від виходу до початкового положення людини. Лабіринт задано масивом A розміром 40×40 , в якому: $A[k, m]=0$, якщо клітина $[k, m]$ "прохідна" $A[k, m]=1$, якщо клітина $[k, m]$ "непрохідна".

Початкове положення людини задається в прохідній клітині $[i, j]$.

Людина може переміщатись з однієї прохідної клітини в другу, якщо вони мають спільну сторону. Людина виходить з лабіринту, коли попадає в граничну клітину (тобто в клітину $[k, m]$, де k або m рівні 1 або 40).

4. Пилка.

Задано масив $X[1:m]$. Знайти довжину найдовшої "пилоподібної (зубцями вгору)" послідовності чисел, що йдуть підряд:

$$X[p+1] < X[p+2] > X[p+3] > \dots > X[p+k].$$

5. Скоротити дріб.

Дано натуральні числа m та n . Знайти такі натуральні числа m_1 та n_1 , які не мають спільних дільників, що $m_1/n_1 = m/n$.

Олімпіада 84.

1. Інверсія.

Нехай $P=(p_1, \dots, p_n)$ є перестановкою чисел $1, 2, \dots, n$. Таблицею інверсій перестановки P називають послідовність $T=(t_1, \dots, t_n)$, в якій t_i дорівнює числу елементів перестановки P , які стоять (в P) лівіше числа i та більших i . Наприклад, для перестановки $P=(5, 9, 1, 8, 2, 6, 4, 7, 3)$ чисел $1, 2, \dots, 9$ таблиця інверсій $T=(2, 3, 6, 4, 0, 2, 2, 1, 0)$.

Написати програму, яка по даній таблиці інверсій встановлює перестановку.

2. Дорога.

Дано натуральні числа $n \geq 2$ та m і масив дійсних чисел $A[1:m, 1:m-1: n-1]$. Знайти мінімальне значення суми $R=A[i_1, i_2, 1] + A[2, i_3, 2] + \dots + A[i_{n-1}, i_n, n-1]$ для можливих наборів цілих чисел $1 \leq i_1, i_2, \dots, i_n \leq m$.

Пояснення. Числа m, n - величини порядку кількох десятків. Тому неприйнятне рішення з числом дій порядку m^n .

3. Досконале число.

Натуральне число називається досконалим, якщо воно дорівнює сумі всіх своїх власних дільників, включаючи 1.

Надрукувати всі досконалі числа, менші, ніж задане M .

4. Період дробу.

Ввести натуральне число m та n , та надрукувати період десяткового дробу m/n .

Наприклад, для дробу $1/7$ періодом буде (142857), а якщо дріб скінчений, то його період складається з однієї цифри 0.

5. Злиття масивів.

Дано два числа m та n та два впорядковані масиви $A[1] \leq A[2] \leq \dots \leq A[m]$ та $B[1] \leq B[2] \leq \dots \leq B[n]$.

Утворити з цих елементів впорядкований масив $C[1] \leq C[2] \leq \dots \leq C[m+n]$

Вказівка. Звернути увагу на число дій програми при великих m та n .

6. Календар.

Задано три числа A, B, C , які визначають число, місяць, рік.

Знайти номер цього дня з початку року.

Вказівка: високосні роки - це ті, у яких номер ділиться на 400, і ті, у яких номер ділиться на 4, але не ділиться на 100.

7. Квадратики.

Дано масив $A[1:m, 1:m]$, кожний елемент якого рівний 0, 1, 5 або 11.

Підрахувати в ньому кількість четвірок $A[i, j], A[i+1, j], A[i, j+1], A[i+1, j+1]$, в кожній з яких всі елементи різні.

Олімпіада 85.

1. Розклад на співмножники.

Надрукувати всі представлення натурального числа N сумою натуральних чисел. Перестановка доданків нового способу не дає.

2. Рівні елементи.

Дано цілочисловий масив $A[1:m, 1:n]$. Кожна стрічка масиву впорядкована по $\leq$, тобто $A[i, 1] \leq A[i, 2] \leq \dots$ при всіх $i=1, \dots, m$. Знайти і надрукувати число, яке зустрічається у всіх стрічках, і надрукувати напис НІ, якщо такого числа не має.

3. Нескладене число.

Дано масив натуральних чисел $P[1:n]$. Знайти мінімальне натуральне число, яке не можна представити сумою ніяких елементів масиву P . Сума може складатись із одного доданку, але кожний елемент масиву може входити в неї тільки один раз.

4. Тетраедри.

На гранях двох правильних тетраедрів M та N записані числа M_1, M_2, M_3, M_4 , та N_1, N_2, N_3, N_4 в порядку вказаному на малюнку.

Чи можна сумістити тетраедри так, щоб на співпавших гранях виявились однакові числа? Надрукувати ТАК чи НІ.

5. Мода.

В цілочисловому масиві $A[1:n]$ знайти число, яке повторюється максимальну кількість разів. Якщо таких чисел кілька, то одне з них.

6. Системи числення.

В масиві $M[1:9]$ записані розряди (цифри) деякого натурального числа в I -річній системі числення ($M[1]$ - розряд одиниць і т.д.).

Надрукувати розряди цього числа в J -річній системі числення, починаючи з розряду одиниць. Числа I, J не перевершують 10.

7. Побічна діагональ.

Знайти суму елементів $A[i, j]$ масиву $A[1:m, 1:n]$, що мають задану різницю індексів $i-j=k$.

Н а г а д у в а н н я. Число k може бути від'ємним.

Олімпіада 86.

1. Без трійки повторень.

Знайти послідовність з 50 нулів та одиниць, в якій ніякий відрізок не повторюється тричі підряд. Надрукувати НІ, якщо такої послідовності не існує.

Наприклад, в шуканій послідовності ніде не повинні зустрічатись такі відрізки, як 000, або 101010, або 101101101.

3. Покер.

Задано масив з п'яти чисел. Серед них:

якщо однакові 5, то надрукувати число 1, інакше

якщо однакові 4, то надрукувати число 2, інакше

якщо однакові 3 та 2, то надрукувати число 3, інакше

якщо однакові 3, то надрукувати число 4, інакше

якщо однакові 2 та 2, то надрукувати число 5, інакше

якщо однакові 2, то надрукувати число 6, інакше

надрукувати число 7.

3. Б а р а б а н

По колу записано 12 чисел $a_1, a_2, \dots, a_{12}$. Якщо їх написати, починаючи з номера k , то одержиться вектор x_k : $x_k = (a_k, a_{k+1}, \dots, a_{k+11})$, де під a_{13} розуміється a_1 , під a_{14} розуміється a_2 і т.д.

Вектор x_k вважається меншим вектора x_p якщо в першій же нерівній парі буде $a_{k+1} < a_{p+1}$ ($i=0,1,2, \dots$). Знайти таке k , щоб вектор x_k був мінімальний.

4. Двічі монотонний.

Масив чисел $A[1:m, 1:n]$ впорядкований по $\leq$ по стрічкам і стовпчикам, тобто $A[i,1] \leq A[i,2] \leq \dots$ при всіх $i=1, \dots, m$, $A[1,j] \leq A[2,j] \leq \dots$ при всіх $j=1, \dots, n$.

Знайти елемент масиву, рівний заданому числу x , та надрукувати його індекси. Надрукувати НІ, якщо такого елементу не виявиться.

Обов'язкова умова. Число дій в розв'язку повинно бути порядку $m+n$ (а не порядку $m \cdot n$).

5. Центральне поселення.

Мається k поселень. Якщо в поселенні i розмістити пункт швидкої допомоги, то поїздка по виклику в поселення j займе час $A[i,i] + A[i,j]$ $1 \leq i, j \leq k$, $i \neq j$).

Знайти номер поселення i , від якого поїздка в саме віддалене (по часу) поселення займе мінімальний час. Масив $A[1:k, 1:k]$ задано.

В ньому всі $A[i,j] > 0$ і елемент $A[i,j]$ може не дорівнювати елементу $A[j,i]$.

Олімпіада 87.

1. Рюкзак.

З даних n предметів вибрати таке, щоб їх сумарна вага була менше 30 кг, а вартість - найбільша. Надрукувати сумарну вартість вибраних предметів.

Точніше - задано два масиви додатних чисел $A[1:n]$ та $B[1:n]$. Вибрати такі попарно різні числа $i_1, i_2, \dots, i_k$, щоб сума була $A[i_1] + A[i_2] + \dots + A[i_k] < 30$, а сума $B[i_1] + B[i_2] + \dots + B[i_k] = \max$ була максимальною. Надрукувати тільки величину $\max$.

З а у в а ж е н н я. Можна передбачити, що предмети уже розміщені в порядку зростання або спадання ваги $A[i]$, вартості $B[i]$, ціни $B[i]/A[i]$ або якоїсь іншої прикмети.

2. Напівкратні.

Множина чисел A задана умовами:

а) 1 належить A ;

б) якщо k належить A , то $2 \cdot k + 1$ належить A і $3 \cdot k + 1$ належить A , і інших чисел множина A не містить.

Надрукувати перші $n < 1000$ чисел множини A в порядку зростання.

Ось початок цього роздрукування: 1, 3, 4, 7, 9, 10, 13, 15, 19,

3. Сума кубів.

Скількома способами задане натуральне число N можна представити в вигляді суми двох кубів натуральних чисел: $N = i^3 + j^3$?

Перестановка доданків нового способу не дає. Операцією піднесення до степеня $1/3$ користуватись не можна.

4. Перевертні.

Заданий числовий масив $A[1:n]$. Знайти відрізок масиву максимальної довжини, в якому перше число рівне останньому, друге передостанньому і т.д. Надрукувати довжину цього відрізка.

5. Індеси порядку.

Заданий числовий масив $A[1:n]$. Знайти і надрукувати таку перестановку $i_1, i_2, \dots, i_n$ чисел $1, 2, \dots, n$ щоб $A[i_1] \leq A[i_2] \leq \dots \leq A[i_n]$.

Олімпіада 88.

1. Правий більший.

Заданий масив додатних чисел $A[1:n]$. Для кожного $A[i]$ серед елементів масиву, слідуєчих (по порядку) за $A[i]$ і більших ніж $A[i]$, вибираємо елемент з найменшим номером j і замінимо значення $A[i]$ на $A[j]$. Якщо такого елементу $A[j]$ не знайдеться, то замінимо значення $A[i]$ нулем. Надрукувати одержаний масив.

Обов'язкова умова. Число дій в розв'язку повинно бути порядку n (а не $n \cdot n$). Можна завести допоміжні масиви.

Пояснення. Наприклад, масив 2,9,8,5,9,3,4,5,2, після заміни стане таким: 9,0,9,9,0,4,5,0,0.

2. Многочлен.

Вирахувати коефіцієнти $a[0], a[1], \dots, a[n-1]$ многочлена

$$P(x) = a[0] + a[1] \cdot x + a[2] \cdot x^2 + \dots + a[n-1] \cdot x^{(n-1)} + x^n$$

з заданими дійсними коренями $x[1], x[2], \dots, x[n]$.

Нагадування. По теоремі Безу $P(x) = (x - x[1]) \cdot (x - x[2]) \cdot \dots \cdot (x - x[n])$.

3. Прості дільники.

Задано натуральне число N . Знайти і надрукувати всі його прості дільники.

4. Оптова покупка.

Пара шкарпеток коштує 1.05 гр., зв'язка (12 пар) коштує 10.25гр., а коробка (12 зв'язок) коштує 114 гр. Скласти програму, яка по числу n пар шкарпеток, які хоче купити покупець, обраховує числа p_1, p_2, p_3 коробок, зв'язок і пар шкарпеток, які йому пропонується купити.

П О Я С Н Е Н Н Я. Замість 11 пар шкарпеток краще, наприклад, купляти зв'язку - це обійдеться дешевше.

5. Обнуління.

В заданому двовимірному масиві $A[1:m, 1:n]$ замінити нулями елементи, які стоять в рядках або стовпчиках, де маються нулі.

У М О В А. Можна завести допоміжний одновимірний масив, але не можна заводити двовимірний допоміжний масив.